que es de la forma (3.16). Esta integración sencilla, ilustra, pues, la equivalencia entre las ecuaciones (3.11) y el conocimiento de la forma analítica de la ecuación de estado.

Otro ejemplo lo constituye un sólido dieléctrico para el cual

$$\left(\frac{\partial \mathscr{P}}{\partial \mathscr{E}}\right)_{\theta}^{-1} = \frac{\theta}{a\theta + b} \qquad \left(\frac{\partial \mathscr{E}}{\partial \theta}\right)_{\mathscr{P}} = \frac{b\mathscr{P}}{(a\theta + b)^2} \tag{3.20}$$

donde $\mathscr{P}$ es la polarización; $\mathscr{E}$ el campo eléctrico que se supone paralelo a $\mathscr{P}$, y a y b dos constantes características del sólido en cuestión. Si se quiere calcular $\mathscr{E} = \mathscr{E}(\mathscr{P},\theta)$, de la ecuación (3.5 b) tenemos que

$$d\mathscr{E} = \frac{\theta}{a\theta + b}\, d\mathscr{P} + \frac{b\mathscr{P}}{(a\theta + b)^2}\, d\theta$$

$$= d\left(\frac{\mathscr{P}\theta}{a\theta + b}\right)$$

lo cual comprueba que $d\mathscr{E}$ es una diferencial exacta. Al integrar haciendo notar que si $\mathscr{E} = 0$, $\mathscr{P} = 0$, obtenemos

$$\mathscr{E} = \frac{\mathscr{P}\theta}{a\theta + b} \tag{3.21}$$

que es la ecuación de estado para el sólido dieléctrico. Más adelante veremos que el sólido es además ideal.

PROBLEMAS

3.1. Un alambre sujeto a una tensión $\mathscr{T}$ con una longitud L obedece una ecuación de estado $\mathscr{T} = k(L - L_o)$, donde k es una constante y L_o es la longitud normal del alambre. Si definimos

$$\alpha = \frac{1}{L}\left(\frac{\partial L}{\partial \theta}\right)_{\mathscr{T}}$$

el coeficiente de dilatación y $Y = (L/A)\,(\partial\ \mathscr{T}/\partial L)_\theta$ el módulo de Young, expresar L como función de $\mathscr{T}$ y θ y calcular las formas diferenciales para este sistema análogas a las ecuaciones (3.11) en función de α y Y. Discútanse también estos mismos resultados si k es una función de θ.

3.2. Experimentalmente se encuentra que para un gas,

$$\beta = \frac{\mathscr{R}V^2(V - \nu b)}{\mathscr{R}TV^3 - 2a\nu(V - \nu b)^2}, \qquad \varkappa = \frac{V^2(V - \nu b)^2}{\nu\mathscr{R}TV^3 - 2a\nu^2(V - \nu b)^2}$$

donde a y b son constantes y el gas se comporta como un gas ideal para valores grandes de T y V. Encontrar la ecuación de estado del gas.

3.3. Demuéstrese que

$$\left(\frac{\partial \beta}{\partial p}\right)_{\theta} = -\left(\frac{\partial \varkappa}{\partial \theta}\right)_{p}$$

¿qué significado tiene esta igualdad?

3.4. Dedúzcanse los análogos eléctrico y magnético de la igualdad expresada en el problema anterior y dese el significado físico de los resultados.

3.5. ¿Tiene sentido afirmar que para un fluido

$$\beta = p^2 e^{-\theta} \qquad \text{y} \qquad \varkappa(\theta) = g(p)\, e^{-\theta}$$

donde $g(p)$ es una función indeterminada de la presión?